II D Area e Perimetro 2015 A.M. Facenda

**11 -2 – 2015**



*Gli alunni hanno costruito tre modelli:*

*n.1*



*n.2*



*n.3*



*Prova 1*

“Muovi” i tre modelli e per ciascuno scrivi le tue osservazioni su Area e Perimetro delle figure che si formano.

*Tempo impiegato circa 40 minuti*

*Risultati*

*14 alunni devono completare.*

*2 risposte complete e accettabili*

*4 risposte completamente errate*

*11 risposte incomplete e prive di ogni spiegazione*

*9 tentano una spiegazione legata alla tipologia delle figure*

*7 legano allo stesso destino area e perimetro*

*Si ha la sensazione di leggere risposte a un quesito diverso da quello posto. Qualche cosa li ha fuorviati, ma cosa?*

*Non c’è nessun riferimento ai casi limite.*

*Sarebbe stato opportuno richiedere “che figure si formano”?*

*Sono stati lasciati liberi se usare il disegno, sarebbe stato opportuno aggiungerlo nel testo?*

**18 – 2 - 2015**

*IR informa sui risultati della prima consegna e invita gli alunni a completare l’esposizione ( solo 2/3 hanno completato). Le osservazioni aggiunte seguiranno dopo la data di oggi.*

*Risultati del completamento:*

*integrano in 16 ( 11 negativo – 3 positivo- 1 incerto – 1 senza spiegazione).*

IR: sapete come sono fatti i modelli perché li avete costruiti. Ora cominceremo ad analizzarli. Iniziamo dal primo: qualcuno vuole descriverlo?

Luna: ho disegnato un segmento con due buchi alle estremità, ci abbiamo inserito uno spago e annodato dietro … *nessun riferimento a quale deve essere la lunghezza del filo. Viene fatta la precisazione.*

IR: cosa accade nel movimento?

Luna: si formano triangoli, tranne un poligono degenere.

IR: cosa vuol dire poligono?

Alcuni: più lati, una linea spezzata chiusa …

IR: quanti lati?

Alcuni: da tre all’infinito.

IR: quanti lati ci sono nel poligono degenere?

Varie voci: uno … due … tre …

IR: nel movimento cosa accade ai lati?

Alcuni: uno diminuisce e uno aumenta. *Si dimenticano di quello che non varia.*

IR: però restano sempre tre …

Sole: sono sovrapposti.

Giacomo: un lato diminuisce e uno aumenta ma il P resta invariato.

IR: e il terzo lato?

Alcuni: resta sempre uguale.

Giacomo: l’area cambia, è massima nel punto più alto, è minima nel triangolo degenere.

IR: perché succede questo?

Luna: nel poligono degenere però due lati si sovrappongono …

Giacomo: ma sono sempre due.

IR: sono sempre distinti … non è che uno scompare .. *Luna non è convinta.* Tu pensi che le due linee non hanno consistenza …

Sole: se si sovrappongono è come se ce ne fosse una sola; due fogli sovrapposti hanno uno spessore, le linee no.

IR: ma nemmeno se sono isolate. Per noi che siamo a tre dimensioni parlare di cose a due dimensioni o a una dimensione ci crea problemi. Quello che non si tocca ci mette in difficoltà. *IR riassume cosa accade ai lati nel movimento.*

Laura: ho fatto lo stesso ragionamento, c’è lo stesso spago e la stessa linea …

IR: per voi è difficile accettare che il P è lo stesso?

Molti: sì.

IR: se volevo la variazione del P?

Giacomo, Luna: ci voleva un elastico. *Si osservano le simmetrie del modello.*

IR: cosa accade all’area?

Giacomo: cambia, dal minimo che è quando è degenere al massimo al centro.

IR: perché l’A cambia sempre?

Alessandro: perché si muove solo il vertice.

Giulia: in base a come lo muovi, si schiaccia però … se lo spago è lo stesso non capisco perché cambia l’area.

Giovanni: il P non cambia perché lo spago è quello; l’area cambia a seconda della forma che crei, l’area diminuisce ..

Demis: muovendo lo spago resta la base ma cambia l’altezza.

IR: nel triangolo degenere?

Molti: è zero.

IR: molti di voi hanno osservato solo i lati, per il P basta ma per l’A no, serve l’altezza. *Alcuni dicono la formula e dicono che il triangolo è la metà di un rettangolo o parallelogramma.* Perché per calcolare l’area di un rettangolo si fa b×h?

Alcuni: perché i lati sono uguali due a due …

G. Marco: perché ha due dimensioni *IR mostra alla lavagna la ricopertura di un rettangolo e la individuazione della formula come conseguenza.*

G. Marco: devi sempre avere due misure …

**25 – 2 – 2015**

*IR ricapitola ciò che è stato fatto, poi si riprende l’analisi del modello n.1*

IR: nel primo modello l’area cambia, quale grandezza cambia e fa cambiare l’area?

Alcuni: l’altezza. *Si osserva di nuovo la formula dell’area e si fa riferimento alla ricopertura di una superficie. Gli alunni si orientano correttamente, ribadiscono che per calcolare una superficie occorrono due grandezze perché ci sono due dimensioni.*

IR: per analogia, nei solidi di quante misure si ha bisogno?

Molti: tre.

IR: il P … quante dimensioni?

Alcuni: una.

IR: posso arrivare a quattro dimensioni?

Laura: sì!

IR: è difficile pensare a qualche cosa senza dimensione (il punto ..), noi siamo a tre dimensioni .. possiamo guardare “dall’alto” le due dimensioni o una … ma ci manca qualche cosa per vedere la 4° o la 5° … dimensione.

Alessandro: sono infinite ..

IR: infatti ci sono geometrie a n dimensioni e sono usate nelle moderne tecnologie … torniamo al modello … il P resta invariato, l’area si modifica. Consideriamo la formula b×h/2, riferita al modello … la base resta sempre la stessa … se l’h raddoppia cosa succederà all’area?

Alcuni: aumenta …

Margherita e Virginia: raddoppia … *Fanno una verifica con i numeri (collabora anche Sole)*

IR: e se la triplico, e se la dimezzo?

Molti: fa lo stesso.

I: è una questione di pensiero proporzionale …

IR: che troviamo in situazioni più varie … Un gelato costa 3 euro, e 2? e 3? *In coro dicono i valori corrispondenti.*

IR: vedete è la stessa relazione … si chiama relazione di proporzionalità diretta .. può accadere anche il contrario: una raddoppia l’altra dimezza …. E allora si chiama relazione di proporzionalità inversa.

I: Chi ricapitola?

Margherita: P è sempre lo stesso perché il filo è sempre uguale in ogni posizione; invece l’altezza se aumenta fa aumentare l’A e viceversa.

IR: chi ha l’A max e chi min?

Giulia: la figura in mezzo, il minimo …

Molti: la figura degenere.

Giulia: l’A max è dove l’h è più lunga.

IR: ci sono situazioni in cui l’A si ripete?

Giulia: sì, è simmetrico, sia verticale che orizzontale.

IR: molti nei protocolli hanno parlato delle figure che si formano. Di tutti questi triangoli sapete indicarne la tipologia? Poiché ci sono situazioni simmetriche basta osservare un quarto di giro.

Laura: l’A massima …. è un triangolo rettangolo.

Alcuni: no.

Laura: equilatero …

IR: potrebbe essere …

Luna e altri: è isoscele.

IR: gli equilateri sono anche isosceli?

Molti: sì, bastano due lati uguali.

IR: come faccio ad essere sicura che è isoscele?

Sole: fai le misure ..

IR: non ho il righello …

Sole: fai col palmo …

Marta: guardi gli angoli …

Gianmarco: lo dividi a metà, fai l’asse di simmetria ..

Sole: basta piegarlo …

IR: se ho degli strumenti da disegno?

Sole: con il compasso per misurare se tutti i lati sono uguali …

Gianmarco: anche la squadra da 30 e 60 …

IR: e quando mi sposto cosa accade?

Laura: poi rettangolo e poi scaleno …

IR: e tra questi?

Laura: anche scaleni …

Gianmarco: però non hanno un angolo ottuso … *Si riassume che fino al triangolo rettangolo sono acutangoli, poi ottusangoli.*

IR: l’angolo retto è una specie di confine … e il piatto?

Gianmarco: tra concavi e convessi.

IR: Si dicono elementi di separazione. Un triangolo rettangolo è ottusangolo?

Molti: no.

I: e il segno che si traccia muovendo il vertice?

Alcuni: è un cerchio …

Altri: è un semicerchio …

Alessio: è una ellisse *IR fa riferimento alle orbite dei pianeti e al fatto che gli estremi del segmento sono detti fuochi.*

**4 – 3 - 2015**

*Breve ricapitolazione.*

IR: molti hanno parlato del tipo di figure che non era richiesto. Questo dipende dalla comprensione del testo … ora parliamo un po’ di quali figure ..

Antonio: triangolo isoscele quando l’altezza è massima.

Alcuni: o equilatero.

IR: in questo caso cosa deve accadere?

Giacomo: lo spago deve essere il doppio della base …

IR. Il triplo perché c’è anche lo spago dietro … gli equilateri sono isosceli?

Molti: sì, hanno due lati uguali.

IR: e il triangolo rettangolo si forma?

Alcuni: serve un angolo retto.

Giacomo: la punta deve essere sopra uno degli estremi dello spago …

IR: “sopra” come ? *si osserva che un lato di spago deve essere perpendicolare al segmento disegnato. Si ricapitolano i termini cateto ed ipotenusa. IR afferma che l’ipotenusa è sempre più lunga di ciascun cateto e fa l’esempio di una scala appoggiata ad un muro ….*

Alcuni: si formano anche triangoli scaleni …

Molti: anche prima di diventare rettangolo. *Fanno riferimento a triangoli acutangoli e ottusangoli scaleni.*

IR: per avere tutte le tipologie di triangolo di quanto è necessario muoversi?

Gianmarco: di un quarto di giro *(riferimento agli assi di simmetria).*

IR: chi fa da confine tra gli ottusangoli egli acutangoli?

Molti: quello rettangolo ..

Giulia: sempre scaleno, però.

I: in questo modello.

IR: quanti sono i vari tipi di triangoli?

Alcuni: acutangoli e ottusangoli sono infiniti ….

IR: c’è un altro angolo che fa da confine?

Gianmarco: l’angolo piatto.

Molti: tra concavi e convessi.

*Si passa all’analisi del modello n.2. Nicholas ricapitola la costruzione correttamente.*

Giacomo: il P cambia continuamente ..

IR: l’area?

Molti: sempre uguale.

Alcuni: ci sono le simmetrie … *IR fa osservare che oltre alle simmetrie ci sono anche le rotazioni di 180° …*

IR: perché l’area è sempre uguale?

Gianmarco: divide sempre a metà il quadrato.

IR: come faccio ad essere sicura che è la metà?

Giacomo: ha due triangoli uguali.

IR: ma quando si formano trapezi?

Virginia: per la diagonale …

Giacomo: è asse di simmetria.

IR: e nella posizione “rettangolo”?

Alcuni: sempre asse di simmetria. *IR piega un quadrato lungo la diagonale e lungo la mediana.*

IR: e per il trapezio? *Alessio capovolge una delle due parti e la sposta.*

I: vedete Alessio fa un doppio movimento. *IR fa notare che si tratta di una rotazione di 180° che è anche una simmetria centrale … procede anche con la piegatura della carta, ma per poter verificare deve ruotare ….*

Sole: oppure si misurano i due pezzettini di lato corto …

Alcuni: ne basta uno …

Sole: come per il quadrato ne misuri uno solo …

Giulia: ne misuriamo due ..

I e IR: Ok …

IR: la misura ci dà dei suggerimenti ma non risolve …

Giulia: potresti sbagliare a misurare.

IR: certo, dobbiamo tenerlo presente. C’è una parte della matematica che si occupa degli errori nella misura …

Giulia: oppure puoi misurare il lato del quadrato, i lati corti della parte rossa e di quella bianca …

*Si riassume.*

I: che parte guardiamo?

Molti: è uguale .

Alcuni: le due parti sono o simmetriche o ruotate di 180° (*si indicano gli assi di simmetria e il centro di simmetria).*

Chiara: l’area resta sempre uguale perché la parte colorata è sempre la metà del quadrato totale. Il P cambia perché i lati diminuiscono e aumentano.

Gianmarco: quando si muovono i due lati si compensano *(riferimento alle basi del trapezio),* invece AD (*lato obliquo del trapezio)…* nel triangolo è la diagonale del quadrato, nel rettangolo è la mediana *…*

Molti: la diagonale è più lunga.

Luna: la mediana è uguale al lato.

IR: perché la diagonale è maggiore del lato?

Alessia. È un triangolo ..

Molti: isoscele e rettangolo …

IR: la diagonale è l’ipotenusa del triangolo rettangolo e quindi più lunga del cateto che è il lato del quadrato …

**11- 3 – 2015**

*IR ricapitola e chiede agli alunni di riassumere quanto fatto.*

IR: indichiamo come si calcola il P ..

Giovanni: nel triangolo è la diagonale del quadrato più 2 lati del quadrato ..

IR: come lo possiamo scrivere …

Molti: lato per due .. *gli alunni dicono d+2l*

IR: nella posizione a rettangolo?

Alcuni: *l+l+1/2 l+1/2 l = 3l*

IR: come faccio ad essere sicura che *d+2l>3l*?

Chiara: perché la diagonale è più lunga del lato ..

IR: come ne sono sicura? Che figura è?

Molti: triangolo rettangolo.

Giovanni: l’ipotenusa è più lunga.

IR: Avete detto che le aree sono equivalenti. *Mostra il modello*



*E viene commentato collettivamente.*

IR: in questo caso viene utilizzata la rotazione … diciamo qualche cosa sulle formule .. quali figure abbiamo ..

Molti: triangolo rettangolo, trapezio, rettangolo …

Margherita: nel triangolo b×h/2

IR: cosa rappresentano nella nostra situazione?

Gianmarco: lati quadrato …

Alcuni: uguali … *si scrive alla lavagna l×l/2*

Alessio: elle due

*IR scrive: l2/2.*

IR: se lavoro con i simboli … vale per tutti i casi … per il rettangolo?

Alcuni: b×h.

IR: cosa sono?

Virginia: b è 1/2 lato e h è tutto il lato … *IR scrive 1/2l×l.* è uguale a quella per il triangolo?

Alcuni: *(poco convinti)* sì.

IR: perciò anche lavorando con le formule vedo che il risultato è lo stesso: e per i trapezi? *Alcuni dicono la formula di calcolo (B+b)×h/2, anche se I precisa che non è ancora stata affrontata. IR usa delle sagome di carta per giustificare la formula di calcolo dell’area per i trapezi: il parallelogramma che si ottiene, dalla rotazione del trapezio, ha la base uguale alla somma delle basi …*

IR: cosa è b in b×h/2?

Sole: b+B ….

IR: nel nostro modello b+B cosa è?

Molti: il lato del quadrato cornice.

IR: e l’altezza?

Molti: sempre il lato del quadrato cornice. *Osservano che si arriva di nuovo a l×l/2 cioè l2/2. I illustra il ruolo dei simboli nello svolgimento di un ragionamento. IR esemplifica con la commutativa l’uso dei simboli …*

IR: posso pensare di fare tutti i possibili esempi?

Sole: no, sono infiniti. *IR fa* *qualche accenno sugli infiniti … dei naturali, dei razionali …*

IR: tra 0 e 1 ci sono infiniti numeri razionali …

Sole: no, sono 10. *C’è un po’ di disorientamento poi Giulia e Gloria, usando i decimali, affermano che sì, sono infiniti.*

IR: torniamo ai simboli, per parlarne … la commutativa a+b=b+a può appartenere anche ad azioni di tutti i giorni … indicatemene … sia commutative che non.

Gianmarco: andare al bagno ed uscirne non lo sono.

Sole: latte e biscotti o biscotti e latte …

IR: posso usare a e b per indicare anche delle azioni. Ritorniamo ai nostri modelli …

Laura: nel secondo modello l’area non cambia, nel primo si. Il perimetro è viceversa …

I: l’avevate notato?

Molti: sì.

IR: quindi area e perimetro fanno spesso cose diverse. Ora vi mostro altri modelli … *mostra un rettangolo articolabile*



*Ludovica descrive correttamente come è fatto. Indicano le figure che si formano articolandolo.*

IR: a quale dei nostri due modelli assomiglia?

Zaccaria: al n.1

Alessio: si hanno varie forme ..

Sofia: la base è la stessa …

Alcuni: sono asticciole di legno .. il P non cambia

IR: e l’area? E come si calcola?

Molti: cambia perché cambia l’altezza, si fa b×h .. *Nicholas ricapitola guidato da I e aiutato da Zaccaria. IR mostra il modello*



Alessio: si forma un quadrato e ..

Alcuni: infiniti rettangoli.

IR: questo a chi assomiglia? *Discutono a quale dei due assomiglia ..*

Alessio: cambiano sia l’area che il perimetro.

IR: prendiamo allora il modello n.3 … *Ma* *alcuni alunni si chiedono se questo ultimo modello genera trapezi …*

IR: cosa deve avere una figura per essere un trapezio?

Jiayi: dipende … non so …

IR: se dico che deve avere “almeno due lati paralleli …”

Gianmarco: allora sì, anche le figure generate dall’ultimo modello sono trapezi …

IR: se dico “solo due lati paralleli …”

Molti: allora no. *Si fa la stessa riflessione a proposito di triangoli isosceli ed equilateri.*

IR: qual è la definizione giusta? *Si accenna alla possibilità di definire le figure in modo inclusivo oppure separando una figura dall’altra … alla matematica come scelta, non una verità sola ... alla matematica come rigore ..*

**18 – 3 – 2015**

*IR ricapitola l’ultima cosa fatta e come si possono definire i trapezi (cosa è possibile includere nei trapezi …).*

IR: un triangolo è un trapezio?

Molti: no. *Ma qualcuno ha dubbi.*

Giovanni: sì, ma ha tre lati … non lo so. *IR disegna un triangolo alla lavagna e lo taglia con una retta parallela alla base … la classe commenta ciò che si ottiene … fanno l’ipotesi di spostare il taglio fino al vertice …*

Giulia: anche così non cambia niente.

Alcuni: la base superiore non c’è.

IR: posso pensare ad un trapezio con una base uguale a zero … *I mostra il modello*



*lo dispone a trapezio e nel movimento lo fa degenerare in un triangolo.*

IR: conoscete come si calcola l’area di un triangolo? e di un trapezio? *Risposta affermativa. Vengono scritte le due formule:*

*(B+b)×h/2 b×h/2*

Gianmarco: è una base che vale zero. *Se una base del trapezio è zero le due formule sono la stessa cosa*

Laura: se una base è zero non puoi riconoscere se è un triangolo o un trapezio …

IR: questo è il bello della matematica … posso dire che è un trapezio speciale e anche un triangolo … dipende da come vedo le cose … cosa ho nella mente.

*Si passa al terzo modello. Ludovica ricapitola come è stato costruito.*

IR: cosa è il segmento disegnato?

Alcuni: l’altezza.

IR: no, sarebbe l’apotema, l’altezza è ..

Sole: il lato.

IR: faccio, con la puntina, il giro completo .. si ripete qualche cosa?

Molti: parti da lati sovrapposti … *alcuni parlano di triangolo degenere.*

IR: non si può parlare di triangolo degenere perché …

Gianmarco: il terzo lato non c’è.

IR: che triangoli si ottengono fino al vertice B?

Zaccaria: triangoli rettangoli.

Molti: infiniti.

IR: e se vado dall’altra parte?

Gianmarco: uguale, c’è la simmetria … *si precisa che è un asse mediano.*

IR: che altri assi di simmetria ci sono?

Alcuni: diagonali …

Giulia: non è vero che si ribalta …

IR: se proseguo che triangoli ottengo?

Molti: scaleni.

Alcuni: uno isoscele …

Sole: quello è rettangolo … *e lo indica sul modello …*

IR: dall’altra parte cosa succede? *Ritrovano gli stessi triangoli.* Cosa è asse di simmetria?

Marco: la mediana. *Si verifica anche usando uno specchio.*

Giulia: se fai la simmetria sulla diagonale non funziona …

IR: il quadrato ha 4 assi di simmetria, perché quelli diagonali non funzionano?

Gianmarco: perché il filo parte da qui … *e indica sul modello ..* dalla mediana.

*IR indica un triangolo che si forma oltre il tr. rettangolo e chiede che tipo è.*

Tutti: ottusangolo scaleno.

I: c’è uno che non si forma?

Molti: equilatero.

IR: l’equilatero è ..

Molti: uno speciale isoscele.

I: si formano ottusangoli isosceli?

Gianmarco: ce ne sono due.

Nicolas: uno è speculare.

IR: verifica le lunghezze nel movimento … spiega perché non c’è …

*IR ricapitola le figure che si formano. I fa vedere come il vertice sulla puntina “scatta”, lungo il lato BC, alla posizione di triangolo isoscele.*

*Si supera il vertice C fino al triangolo degenere, che tutti riconoscono.*

IR: fino ad ora abbiamo descritto le figure; cosa accade all’area e al perimetro? *Si sceglie di iniziare dall’area.*

Tutti: cambia.

IR: come lo giustifico?

Giulia: cambia l’altezza e i due lati che si muovono …

IR: servono questi due lati?

Giulia: già, no.

Giacomo: la base rimane quella e l’altezza cambia.

Sole: sia base che altezza cambiano …

IR: però se consideriamo come base il segmento disegnato ….

Giacomo: conviene prendere il lato fisso; l’area rimane uguale finché mi sposto sullo stesso lato .

IR: BC, perché rimane uguale l’altezza.

Giulia: l’area non cambia …

Giacomo: in quel pezzo no.

IR: se aumentassi la lunghezza di quel lato?

Nicolas: l’area cambia, c’è più spazio.

Giovanni: si allunga l’elastico ma l’area … un po’ dimagrisce …

Antonio: no. *Alcuni sono perplessi*

Margherita: hanno l’area tutti uguale.

Nicolas: adesso sì *(osserva il disegno),* è vero *…*

Zaccaria: l’altezza prima è interna poi esterna, però è uguale.

IR: l’osservazione sembra dirci che cambia, diventa sempre più stretta … i lati sembra che si “appiccichino” …

Sole: diventa un poligono degenere, sembra …

IR: la vista inganna ..

Nicolas: se però tiri su … l’area cambia.

IR: cosa cambierebbe?

Nicolas: l’altezza … *Si continua a muovere il vertice mobile oltre C.*

IR: cosa accade?

Sole: l’area è svanita … *si riferisce al triangolo degenere.*

IR: e prima?

Nicolas: diminuisce

IR: perché?

Alcuni: l’altezza è zero … diventa zero.

Giulia: l’area resta uguale nei lati BC e AD *(finché il vertice mobile si sposta lungo i lati BC e AD),* varia negli altri due.



IR: se l’area cambia ci sarà un minimo e un massimo …

Sole: il minimo è un triangolo degenere.

Giacomo: o lati sovrapposti.

IR: questo lo toglierei .. non c’è il terzo lato.

Margherita: ci vogliono tre lati almeno per un poligono.

IR: con due lati cosa faccio?

Alcuni: un angolo …

IR: uno solo?

Molti: due.

IR: come sono tra loro?

Margherita: uno completa l’altro …

Giacomo: fanno l’angolo giro.

IR: e il massimo?

Alcuni: Tutte le posizioni che sono equivalenti.

IR: ma c’è qualche cosa … *IR porta il vertice mobile del triangolo su B …*

**25 - 3 - 2015**

*IR ricapitola il lavoro fatto e riprende la riflessione sulla simmetria nel terzo modello. Fa osservare che vale solo l’asse di simmetria mediano su cui è disegnata la base dei triangoli.*

Giulia: infatti avevamo detto che quello tracciato è asse di simmetria.

IR: riprendiamo su A e P. l’A si modifica .. dove il massimo e il minimo?

Marta: il minimo nel degenere …

IR: e la situazione di partenza?

Alcuni. anche …

IR: però qui non c’è la figura … *ribadiscono che si tratta di due segmenti sovrapposti.*

Antonio: l’area non cambia se si muove la puntina su CB *… IR mostra il modello a che Laura descrive)*



Modello a

*.*

Giulia: hanno tutte la stessa area.

Gianmarco: sono equiestesi …

Giulia: l’altezza non cambia perché sono paralleli, la base e il taglio ..

IR: devi dire che hanno anche la stessa base.

Sole: c’è un lato fisso .. *IR mostra anche il modello b)*



Modello b

IR: cosa accade?

Alessio: si spostano le altezze … ma non sono …

IR: come si calcola l’area di queste figure?

Molti: b×h

IR: la base cambia?

Tutti: no.

IR: e l’altezza?

Tutti: no. *Quindi l’area non cambia …*

IR: e il P cambia?

Molti: sì, il rettangolo ce l’ha più piccolo … *IR mostra analoghi modelli per il quadrato e per il trapezio … mostra anche una situazione dove l’incisione non è parallela alla base …*

Molti: l’area cambierà, dipende dall’altezza.

*IR riprende il modello n.3 e invita a muovere fino a B.*

Giacomo: c’è l’area massima …

IR: quanti casi?

Molti: infiniti … *muovono la puntina oltre B e vi sono infiniti casi equivalenti … IR riprende il modello a) e tutta la classe osserva che si potrebbe proseguire il taglio …*

Molti: non ci fermiamo mai.

Sole: quando vogliamo noi.

IR: non è facile da immaginare questa figura che ha sempre la stessa area e con due lati che vanno all’infinito … Ricapitoliamo l’andamento dell’area …

*Luna ricapitola correttamente.*

IR: perché ad un certo punto l’area diminuisce?

Demis: dipende dall’altezza …

IR: posso pensare una situazione in cui cambio la base come voglio e tengo fissa l’altezza?

Giovanni: fino ad un certo punto ..

Sole: poi si sovrappongono …

Demis: devono formare una spezzata chiusa e due lati assieme devono essere maggiori del terzo. *Laura dice la stessa cosa con altre parole.*

Demis: se è uguale è il caso degenere …

Sole: se è di meno non si chiude.

IR: quindi posso andare avanti quanto voglio … se vario l’altezza ..

Alcuni: sì, come il modello dell’anno scorso (*si riferiscono al modello c). E Giacomo lo mostra.*



Modello c

*.*

Laura: se fai un modello con l’altezza costante e cambi la base, lo stesso vai all’infinito perché il vertice non si avvicina.

IR: è vero, non diventa caso degenere perché la distanza base – vertice resta fissa.

**1 – 4 – 2015**

*IR ricapitola gli scopi dell’indagine e viene distribuito il seguente modello*



*Viene data la consegna iniziale:*

*“Muovi” i tre modelli e per ciascuno scrivi le tue osservazioni su Area e Perimetro delle figure che si formano.*

Nocolas: la parte colorata occupa sempre 1/4

IR: anche se cambia la forma …

Giovanni: si forma anche un quadrato …

IR: poi si formano …

Alcuni: quadrilateri irregolari.

Alessio: sono tutte simmetriche, se si forma il triangolo da una parte si forma anche dall’altra …

Giacomo: il quadrato fuori ha 4 assi di simmetria.

IR: come faccio ad essere sicura che occupa sempre 1/4? *Nicholas è incerto ..*

Demis: l’area è sempre la stessa.

Margherita: sapendo che l’area della prima figura è sempre 1/4 …

Giacomo: non cambia.

Luna: la ritaglio, la incastro, la sposto .. così faccio per tutte.

Marta: muovendo, quello che perdo da una parte lo ritrovo dall’altra …

Gianmarco: se ruoti la figura … la ritagli e la incastri …

Luna: il quadrato ha assi di simmetria, quindi se prendo una figura irregolare avrò le simmetriche.

Giulia: calcoli l’area.

Giacomo: l’angolo è sempre 90° …

I: *(rivolta a Giulia)* hai infiniti casi …

IR: se l’area cambia c’è un massimo e un minimo … qui l’area nella posizione iniziale (quadrato) e finale (triangolo) *(che corrisponde a 1/4 di giro)* com’è?

Alcuni: uguale.

IR: e in mezzo cosa accadrà?

Alcuni: sarà uguale!

IR: e il perimetro? *Alcuni dicono che cambia.*

Denis: come nel modello 2 ..

Giacomo: è la stessa cosa del modello 2.

Demis: solo che nell’altro era la metà …

IR: come trovo il massimo e il minimo?

Marta: il minimo nel quadrato …

Gianmarco: sono 4 mezzi lati ..

*IR scrive alla lavagna 1/2l×4.*

Gianmarco: nel triangolo è un lato più due mezze diagonali …

Demis: più una diagonale. *IR scrive 1l+d*

Giacomo: *1/2l×4 = 2l …*

Tutti: *1l+d* è di più di *2l*

*Si passa al modello*



*Osservano che le asticciole sono uguali, IR mostra la versatilità del modello …*

Demis: non si può fare il deltoide.

IR: esamineremo il caso in cui allontaniamo le asticciole mantenendole parallele tra loro e perpendicolari agli elastici esterni.

Laura: si devono creare angoli retti … si hanno rettangoli e un quadrato.

Molti: quando i lati sono tutti uguali.

Nicolas: A e P si ingrandiscono tutti e due …

Giacomo: c’è il caso degenere .. *Indicano le due asticciole sovrapposte.*

Sole: lo abbiamo visto nel modello 3 … ma ci sono solo due lati.

Demis: segmenti sovrapposti …

IR: da cosa dipende l’aumento dell’area?

Molti: dalla base … *IR gira il modello …*

Giulia: da un lato.

IR: da una dimensione, quale?

Sole: di elastico.

IR: e il perimetro?

Demis, Sole: dalla dimensione che varia.

IR: A e P seguono la stessa strada … e il massimo e il minimo?

Molti: per l’area non c’è il massimo.

Sole: il minimo è quando sono vicinissimi, perché se non c’è la figura, come nel modello 3 …

Giulia: non si può vedere con l’occhio …

Demis: posso fare la metà della metà, della metà …

Giacomo: è impossibile trovarlo.

Laura: come quando abbiamo fatto con il 9 … che viene un intero … *IR fa un cenno al calcolo degli infinitesimi iniziato da Newton, Leibntz …*

IR: quindi con lo stesso ragionamento troviamo massimo e minimo per A e P ..

Luna: nel modello 1 si è detto che l’area scompare e il P no … allora?

IR: qui nella posizione di asticciole sovrapposte due lati scompaiono del tutto, due lati si annullano, non ho un quadrilatero; nel modello 1 i lati si sovrappongono ….

I: Laura hai fatto bene ad esprimere i tuoi dubbi … *IR osserva che la conoscenza avanza sempre … nessuno può dire che sa tutto …*

*Viene distribuito il seguente modello, nella versione con asticciole uguali e diverse, e viene data la stessa consegna*



IR: che figure si formano?

Demis: triangolo equilatero.

Gianmarco: in quello con le asticciole uguali.

Demis: e isosceli.

IR: vediamo cosa accade con le asticciole diverse.

Demis, Giacomo: isosceli e scaleni …

Sole, Luna: e triangolo rettangolo.

Giacomo: può essere isoscele se il lato di spago è uguale al bastoncino ….

Giovanni: ce ne sono due. *E vengono mostrati i due triangoli isosceli. Giacomo inizia con il triangolo degenere, le figure che si formano vengono mostrate da IR.*

Demis: quando è chiuso il perimetro è minimo, legnetti aperti il perimetro è massimo.

Massimo: quando i legnetti sono uniti non c’è la figura ..

Luna: tutti aperti la figura c’è …

IR: per il minimo è come nel modello precedente …

Alessio: l’area cambia.

Giacomo: il massimo è il triangolo equilatero ..

Luna: l’area si ingrandisce .. *(parte da legnetti sovrapposti)*

Giacomo: non sono sicuro: se apro, la base aumenta e l’altezza diminuisce …

Sole: la figura ha più spessore quando l’altezza è alta ..

IR: in questo caso quando si ha il massimo del perimetro si ha il minimo per l’area.

*I assegna agli alunni una riflessione: quale triangolo ha area massima e perché.*

**20 – 4 – 2015**

*Gli alunni hanno a disposizione i tre modelli costruiti e i tre modelli di verifica. Si riprende dal modello*



*Sia a legnetti uguali che non.*

IR: riprendiamo dalle figure che si formano …

Molti: triangoli isosceli ed equilatero *caso legnetti uguali.*

Francesca e Demis: anche il triangolo rettangolo

Alessio: e la figura degenere.

IR: i triangoli isosceli sono di due tipi …

Margherita: uno è l’equilatero … gli isosceli con gli angoli acuti e poi con un angolo ottuso

IR: con i legnetti diversi?

Alcuni: scaleni acutangoli …

Giacomo: c’è un isoscele …

Alcuni: sono due *… si stabilisce perché sono due*

Giulia: uno scaleno è rettangolo …

IR: esaminiamo cosa accade all’area.

Gianmarco: è come nel modello dell’ellisse … *IR rammenta che in quel caso l’area cambia …* qui però cambia anche il perimetro … l’area cambia nello stesso modo …

IR: qui il cambiamento a cosa è dovuto?

Demis: cambiano sia la base che l’altezza, l’area dovrebbe essere uguale … una dimensione aumenta e una diminuisce …

IR: osserviamo nel modello. Aumento la base di 5 cm, non osservo una diminuzione dell’altezza di 5 cm …. Vi è compensazione?

Demis: no, non compensa …

IR: nel caso degenere quanto è l’area?

Molto: zero.

IR: e nel caso di segmenti sovrapposti?

Molti: zero.

IR: se parto da zero e arrivo a zero, da qualche parte ci sarà un massimo …

Gianmarco: nel mezzo, dove c’è l’equilatero …

IR: siete tutti d’accordo?

Giacomo: l’altezza cresce più velocemente di quanto diminuisca la base … *osserva partendo dal caso degenere.*

Nicolas: per me l’area più grande è quando ha l’angolo retto, che è a metà …

IR: perfetto hai una buona percezione …

Margherita: in questa posizione la base e l’altezza non cambiano … *IR ruota il modello e lo articola* Gianmarco: l’altezza in quel punto è il lato, prima e dopo è minore.

IR: nella precedente posizione si dovevano osservare due variazioni … ed è più difficile .. *mostra il modello*



*Lo articola e chiede cosa si ottiene*

Molti: parallelogrammi …

Alcuni: rombo …

Alessio: l’altezza cambia …

Demis: la base è la stessa

IR: chi ha l’area massima?

Molti: il quadrato … *gli alunni rilevano l’analogia col modello in esame.*

IR: e nel modello con legnetti diversi?

Molti: è sempre il triangolo rettangolo

IR: e il perimetro?

Molti: il massimo è il caso degenere .. *mostrano il modello “disteso”*

IR: e il minimo?

Giacomo: l’altro degenere *(caso legnetti diversi … per l’altro si riferiscono alle figure prossime a segmenti sovrapposti)*

IR: questo modello a quale di tre che avete costruito si ricollega?

Molti: al n.3, cambiano area e perimetro …

Giulia: anche se c’erano situazioni con area uguale (*nel modello n.3). IR riprende il modello e lo mostra ..*

Giacomo: anche qui il massimo era nel triangolo rettangolo … e poi in tutto il lato BC …

*IR consegna il modello*



Giacomo: sono due legnetti, filo elastico .. sono uguali e ancorate al centro.

Zaccaria: i due legnetti si tagliano a metà … *IR mostra modelli con legnetti diversi incernierate al centro e un caso in cui i legnetti non si bisecano …*

Giacomo: passo l’elastico perché altrimenti alcune figure non si raggiungono …

Federico: il filo elastico si modella, lo spago resta uguale …

IR: allora cosa si modifica?

Giacomo: cambia il perimetro ..

IR: e l’area?

Giacomo: varia. L’area massima ce l’ha il quadrato …

Gianmarco: quando ci sono le diagonali perpendicolari.

Federico: l’altezza diminuisce …

Demis: quindi l’area diminuisce.

Giulia: tu vedi che l’altezza diminuisce e la base aumenta … allora diresti “perché l’area cambia?”

Demis: lo vedo dai triangoli *(indica i quattro triangoli rettangoli …)*

IR: una delle due dimensioni cosa diventa?

Giulia: diventa zero …

I: Demis cosa guardi? *Denis indica un quarto della figura e si ritrova il modello precedente.*

IR: il perimetro?

Molti: massimo nel quadrato ….

*Viene chiesta l’opinione degli alunni su area e perimetro*

Alcuni: più diventa grande l’area e più diventa grande il perimetro …

Demis: come quando ingrandiamo una foto …

*I si accerta che tutti abbiano, nella scuola primaria, lavorato su area e perimetro*

IR: con A e P di solito si lavora sulle misure … il nostro lavoro non ha mai usato le misure … ma cosa è per voi il perimetro?

Molti: il contorno.

IR: come potrei “contornare” questa stanza?

Molti: con dei righelli …

IR: e un righello quante dimensioni ha?

Coro: tre. *IR e I sono perplesse.*

Sole: il righello ha lunghezza , larghezza, spessore …

I: diciamo allora quante misure prendiamo?

Molti: ah … ecco, una lunghezza.

Giacomo: nella realtà non c’è nulla a due dimensioni …

Demis: tutto ha un volume.

IR: e le ombre? *Coro di “vero” …*

Antonio: il foglio ha tre dimensioni ..

I: questo cosa ci dice quando parliamo di matematica?

Gianmarco: che è tutta una invenzione .. *IR accenna alla matematica come creazione e convenzione ..*

I: e la parola dimensione?

Margherita: noi abbiamo pensato al volume *IR fa una riflessione su cosa significa “oggetto a tre dimensioni”.*