V B Area e Perimetro 2015 D. Zambon

**11 -2 – 2015**

*Gli alunni hanno costruito tre modelli:*

*n.1*



*n.2*

 

*n.3*



*Prova 1*

“Muovi” i tre modelli e per ciascuno scrivi le tue osservazioni su Area e Perimetro delle figure che si formano.

*Tempo impiegato circa 40 minuti.*

*Risultati*

*Nessuna risposta accettabile*

*10 rispondono come se la domanda fosse stata diversa*

*Giustificazioni pressoché assenti*

*La maggioranza descrive le figure ottenute ed anche in modo errato*

*5 fanno calcoli e usano formule in maniera non appropriata*

**18 – 2 – 2015**

*IR informa sui risultati della prima consegna e invita gli alunni a completare l’esposizione ( solo 2/3 hanno completato). Dopo un quarto d’ora inizia la discussione.*

IR: cominciamo dal primo modello. Qualcuno me lo vuole descrivere?

Swami: un cartoncino, un segmento di 7 cm al centro, due buchi agli estremi e fai passare lo spago che annodo dietro ..

IR: cosa si nota?

Nina, Gioele: sono figure simmetriche ..

**4 – 3 – 2015**

*IR ricapitola e rammenta l’ultima cosa annotata: ci sono figure simmetriche.*

IR: come vedete la simmetria?

Gioele: il segmento AB fa da asse, è qua in mezzo … *indica sul modello un asse perpendicolare al precedente.*

IR: ciò che ottengo a destra è uguale a ciò che ottengo a sinistra?

Gioele: c’è un asse perpendicolare all’altro.

Luca T: basta fare ¼ di movimento per avere tutti i tipi di figure.

IR: cosa accade all’area e al perimetro?

Molti: il P è sempre uguale, l’area cambia …

Vittoria: non cambia il P perché lo spago è sempre uguale.

IR: che triangolo si forma al centro?

Gioele: isoscele.

IR: quale altro triangolo si può formare?

Alcuni: equilatero. *Si osserva quando il triangolo equilatero si può ottenere.*

IR: il P resta uguale anche nel degenere, cosa accade nel degenere?

Molti: l’area non c’è

IR: e da cosa dipende? *Mathias guarda la formula che è scritta alla lavagna e osserva che la b è AB*

Gioele: sì però se tu giri …

Laura: cambia l’altezza. *IR chiede qual è il valore dell’altezza nel caso degenere e riconoscono che vale zero.*

IR: ora vediamo il rapporto tra h e A  *viene scritta alla lavagna una tabella (misura base 7)*

*h A*

*6 21*

*3 10.5*

*2 7*

*12 42*

*0 0*

*Gli alunni indicano correttamente quali unità di misura devono essere usate per le due grandezze.*

IR: osservando la tabella cosa possiamo scoprire?

Vittoria: da 6 a 3 è la metà e anche l’area è la metà

Luca: da 21 a 7 è la terza parte e anche da 6 a 2 …

*Si osserva, tutti assieme, che se l’h raddoppia anche l’A raddoppia e così via. Vengono indicate come grandezze* *direttamente**proporzionali. Si osserva che la base è costante*

IR: grandezze che si comportano allo stesso modo ne possiamo trovare tantissime, anche legate alla vita di tutti i giorni … *Vengono fatti esempi per l’acquisto di gelati ecc.* Esistono anche grandezze che si comportano in modo rovesciato: se una raddoppia l’altra dimezza … *viene fatto l’esempio della tavoletta di cioccolato da dividere tra persone … si riprendono le osservazioni sul modello n.1*

IR: osserviamo la figura centrale ..

Alcuni: triangolo isoscele.

Nina: dall’isoscele è sempre triangolo ..

Mathias: uno è rettangolo ..

IR: quando è rettangolo?

Francesco C: l’incrocio di due lati è un angolo retto.

IR: quando si forma un angolo retto?

Luca T: quando i lati sono perpendicolari *si ricapitola la condizione di due rette per essere perpendicolari. IR prende un foglio di carta ….*

IR: come lo controllo?

Anita: lo piego, lo sovrappongo … le perpendicolari si formano. *IR mostra come ottenere perpendicolari con la piegatura della carta.*

Gioele: ci sono anche i triangoli ottusangoli

Alcuni: e gli acutangoli ..

IR: contiamoli …

Alcuni: un isoscele.

Luca T: acutangoli quasi infiniti …

Alcuni: un rettangolo …

Altri: gli ottusangoli sono infiniti .. *(il riferimento è sempre ad ¼ di giro)*

Alcuni: uno degenere.

Anita: uno a destra e uno a sinistra ..

IR: L’ellisse cosa vi ricorda?

Molti: un cerchio.

*IR mostra due ellissi una più schiacciata e chiede da cosa dipende questa diversità.*

Anita: dalla lunghezza del filo

Swami: dalla lunghezza della base.

IR: Con lo stesso filo se la voglio più schiacciata?

Laura: devo allontanare A e B.

IR: se li avvicino?

Alcuni: diventa più tondeggiante.

Luca T: se il triangolo è equilatero ottengo un cerchio … no!

IR: se volessi un cerchio?

Gioele: quando c’è solo un buco, A e B coincidono. *Si rammenta come si faceva anticamente* *per disegnare un cerchio.*

IR: passiamo al modello n.2. come è stato costruito?

Laura:due cartoncini, su uno applico un foro quadrato, trovo il centro (incontro delle diagonali), faccio un foro e metto un automatico che fissa anche il “funghetto” col manico … il foro al centro del cerchio …

**11 – 3 – 2015**

*IR ricapitola ciò che è stato fatto.*

IR: consideriamo il modello n. 2 … che figure si formano?

Molti: un triangolo rettangolo isoscele, infiniti trapezi rettangoli, un rettangolo …

IR: cosa accade ad A e P?

Luca T: l’A rimane sempre uguale, perché è sempre metà del quadrato.

Mathias: il P cambia.

IR: nella posizione a rettangolo come facciamo ad essere sicuri che le due parti sono uguali?

Francesco: c’è la simmetria … *alcuni indicano l’asse di simmetria mediano.*

IR: e per la posizione a triangolo?

Alcuni: c’è l’asse di simmetria, la diagonale …

IR: Per i trapezi?

Gioele: lo ruoto *… si verifica con sagome di carta.*

*IR suggerisce di verificare la costanza dell’area osservando le formule di calcolo dell’area. Gli alunni indicano correttamente come calcolare l’area delle figure … e indicano:*

*per il rettangolo b×h= 1/2l×l*

*per il triangolo b×h:2=l×l/2*

*per i trapezi (B+b)×h/2=l×l/2*

*Osservano che si è raggiunto lo stesso risultato lavorando con dei simboli … e che si tratta di una generalizzazione …*

IR: perché usiamo le parentesi nella formula per i trapezi?

Alcuni: per dare precedenza alla operazione … abbiamo giustificato con i movimenti e lavorando con le formule, e con il calcolo?

Gioele: non tutti i righelli sono uguali …

IR: il P cambia .. ci sarà un massimo e un minimo …

Alcuni: il massimo il triangolo

IR: il minimo?

Alcuni: il rettangolo.

IR: e per i trapezi?

Alcuni: stanno in mezzo …

IR: indichiamo come calcolare i P …

Luca T: il rettangolo ha due lati che corrispondono ai lati del quadrato, e due lati che sono la metà dei lato del quadrato … *l+l+1/2l+1/2l=3l*

IR: per il triangolo?

Mathias: ci sono due lati del quadrato e la diagonale … *l+l+d*

Gioele: la diagonale è più lunga del lato … *d>l, quindi 3l<2l+d. si verifica anche accostando la diagonale al lato …*

IR: il triangolo rettangolo è isoscele .. in tutti i triangoli rettangoli il lato opposto all’angolo retto è il più lungo … *IR fa l’esempio di una scala alla parete, posizionata in modo da formare un triangolo…*

IR: cosa rappresenta una formula?

Gioele: farci trovare qualche cosa di specifico …

Mathias: a mettere dei numeri al posto delle lettere.

IR: se per il rettangolo scrivo *b×h ..*

Luca T: è algebra ..

Luca S: per trovare l’area in maniera precisa …

Luca T: serve per tutti i rettangoli.

**18 – 3 – 2015**

*IR fa il punto dell’analisi sul modello n.1 e n.2 e si osserva come le due situazioni indagate siano una opposta all’altra.*

IR: ora passiamo al modello n.3. Come è fatto? *Gioele descrive correttamente la procedura.*

Gioele: … faccio un raggio …

IR: un raggio di quale cerchio?

Luca T: del cerchio che tocca il lato del quadrato.

IR: quali figure in partenza?

Luca T: sovrapposizione dei lati.

IR: quanti lati?

Luca T: tre … no, due.

Gioele: verranno solo triangoli …

IR: fino a B ?

Molti: triangoli rettangoli.

IR: Girato “l’angolo”?

Alcuni: scaleni … isosceli …

IR: quanti isosceli?

Luca T: uno. *In molti individuano un triangolo isoscele, triangoli acutangoli e triangoli ottusangoli. Anche superato C individuano triangoli scaleni ottusangoli fino al caso degenere.*

**

Gioele: *(caso degenere)* sovrapposizione di tre lati.

IR: è necessario controllare dall’altra parte?

Molti: no, sono simmetrici.

IR: chi fa da asse di simmetria?

Molti: la mediana.

IR: la diagonale funziona da asse di simmetria?

Tommaso: sì.

Gioele: viene un’altra roba …

IR: la base dei triangoli è disegnata su un asse di simmetria del quadrato … *Si prova con uno specchio per scoprire quale asse di simmetria, del quadrato vale per il nostro modello …*

IR: ricapitoliamo ..

Nina: due segmenti sovrapposti, fino a B triangoli rettangoli, poi un isoscele e tutti scaleni …

IR: tutti dello stesso tipo?

Tutti: no.

Nina: dipende dagli angoli … *fanno riferimento a acutangoli e ottusangoli …*

IR: chi fa da elemento di separazione tra questi?

Alcuni: il triangolo rettangolo .. poi diventano scaleni fino al degenere.

IR: ora guardiamo ..

Mathias: guardiamo perimetro e area.

IR: cominciamo dall’area di tutte le figure che si formano .. quante sono?

Alcuni: infinite.

IR: e dall’altra parte?

Alcuni: infinite

Alcuni: infinito + infinito = infinito *IR fa osservare come ciò che vale nel finito non vale nell’infinito; fa l’esempio dei pari e dei dispari in corrispondenza con i naturali ..*

IR: dalla partenza fino a B sono triangoli rettangoli, cosa accade all’area?

Laura: cambia, diventa più grande

IR: fino a dove?

Alcuni: fino a B.

IR: da B a C?

Luca T: è successo che la base e l’altezza sono sempre uguali, l’area è la stessa.

IR: perché l’altezza è sempre uguale?

Alcuni: la distanza è sempre uguale, il taglio è parallelo …

IR: oltre C?

Luca T: diminuisce verso il degenere.

IR: cosa cambia?

Molti: l’altezza. *Si fanno delle osservazioni sul modello dei parallelogrammi equivalenti.*

Se vado verso l’inizio …

IR: ci sarà un massimo e un minimo?

**25 – 3 – 2015**

*IR fa il punto della situazione e ricapitola le prime osservazioni sul terzo modello.*

IR: il minimo dell’area è nel punto di partenza?

Alcuni: no, non è una figura .. è il caso degenere.

IR: il massimo dell’area?

Francesco C: quando oltrepasso B.

Luca: quando sono da B a C. *Si osservava che c’è un caso di minimo e infiniti casi di massimo.*

IR: cosa accade al perimetro?

Mathias: è sempre diverso, perché tiri l’elastico …

Luca T: nei punti D e C è massimo …

IR: lo capisco dal ..

Andrea: dal filo teso …

IR: se svolto l’angolo B?

Luca S: diminuisce. *Si osserva cosa accade al perimetro da B a C.*

IR: il minimo?

Molti: il caso degenere. *Indicano il punto di partenza.*

IR: siete sicuri? *Osservano che diminuisce quando da B si va verso il punto iniziale, ma non raggiunge zero …*

Alcuni: due lati .. non sono una figura …

Andrea: non c’è perimetro uguale a zero … *IR fa osservare che ci si avvicina sempre più a zero .. Per rafforzare l’osservazione dell’equiestensione delle figure che si formano**nel tratto BC e cosa accade al perimetro IR mostra il modello:*



*Viene osservata anche la situazione in cui il taglio non è parallelo al segmento base.*

Luca S: l’area aumenta e diminuisce.

IR: cosa succede se continuo dalla parte convergente? *(base disegnata e taglio non parallelo ad essa)*

Alcuni: si incontreranno nel caso degenere … dall’altra parte non si incontreranno mai ..*quindi minimo per area zero e massimo all’infinito .. IR mostra anche il modello*



*con al centro il quadrato*

IR: si incontra un rombo? *Si rendono conto che non è possibile, c’è il quadrato.*

IR: come devo fare il taglio per potere ottenere un rombo generico?

Molti: più in basso

*Gli alunni ricapitolano cosa accade ad A e P nel modello n.3 e poi IR mostra il modello*



*Gli alunni correttamente individuano cosa accade ad A e P.*

**1 – 4 - 2015**

*IR ricapitola gli scopi dell’indagine: cosa accade ad area e perimetro delle figure che si formano nei tre modelli esaminati, poi viene distribuito il modello*



IR: cosa vi sembra che accada con questo modello?

Nicolas: l’area non cambia mai!

IR: osserviamolo .. è come il modello di 1/2 .. *osservano che si forma un quadrato, un triangolo rettangolo isoscele e tanti quadrilateri generici.*

IR: come faccio a dire che è 1/4?

Luca S: è la metà della metà …

Nicolas: ci sta quattro volte .. *riferito al quadrato.*

Mathias: lo provi … *e suggerisce una sagomina da spostare …*

Gioele: il lato del quadratino è la metà del lato del quadrato … *vengono indicate le mediane …*

IR: e quando sono nella posizione a triangolo rettangolo isoscele?

Gioele: l’altezza del triangolo è la metà del lato del quadrato.

Luca S: nel quadrato grande ci provi a mettere 4 triangolini.

Nicholas: è come se ci fosse un asse di simmetria

Swami: faccio ruotare metà triangolo e lo trasformo in un quadrato …

IR: e le posizioni intermedie?

Alcuni: sono sempre 1/4 …

IR: come faccio ad essere sicura?

Luca T: taglio la parte che sborda e lo trasformo in un quadratino.

IR: quante posizioni a quadrilatero generico?

Andrea: infinite. *Anche in questo caso pensano di ritagliare una sagomina e di ricoprire …*

IR: cosa accade al perimetro?

Tutti: cambia.

Giele: a seconda della figura …

Anna P: il più grande è il triangolo …

Molti: il più piccolo il quadrato … *vengono invitati a indicarlo con un calcolo; alla lavagna IR scrive per il quadratino - 1/2l+1/2l+1/2l+1/2l=2l*

Laura 1 lato + 1/2 del lato …. *per il triangolo*

Nina: è 1/2 di diagonale … *con qualche fatica si arriva a 1l+1/2d+1/2d=l+d. Con difficoltà colgono che, in un quadrato, la diagonale è maggiore del lato.*

IR: e nei casi intermedi?

Anna: è più grande del quadrato …

Luca S: è più piccolo del triangolo.

**14 – 4 – 2015**

*IR ricapitola le ultime cose fatte. Viene ripreso il modello*



*Gli alunni riassumono perché l’area non cambia: fanno riferimento alla ricopertura, al tracciamento delle mediane e delle diagonali … per i quadrilateri generici IR fa osservare come due segmenti tra loro perpendicolari e che passano per il centro dividono comunque il quadrato in quatto parti uguali ..*

Luca: se gli angoli sono retti le parti si equivalgono …

*Osservano che il P cambia e ribadiscono qual è il massimo e quale il minimo. Si passa al modello*



*IR mostra le molteplici possibilità del modello …*

Luca T: c’è un modo in cui si fa un solido *(* *il modello ha questa particolarità: può assumere anche una configurazione tridimensionale che riproduce gli spigoli di un tetraedro) … si osservano trapezi e triangoli …*

IR: posso considerare un triangolo come un particolare trapezio? *nel dinamismo si passa dall’uno all’altro …*

Alcuni: sì *ma faticano a giustificarlo ..*

Anna: si sono attaccati i due lati obliqui.

Gioele: si è ridotta la base minore fino a zero.

IR: taglio un triangolo con un taglio parallelo ad un lato, cosa ottengo?

Samuele: un trapezio …

Francesco: un trapezio e un triangolo.

IR: dove posiziono il taglio?

Luca T: ogni punto è buono.

IR: che figure vedete nel movimento?

Molti: infiniti rettangoli e un quadrato.

IR: cosa accade all’A e al P?

Molti: cambiano.

IR: da cosa dipende la variazione dell’A? *Viene indicata la variazione della base … IR ruota il modello e diventa altezza …*

Mathias: una dimensione rimane costante, l’altra cambia.

IR: e la variazione del perimetro?

Molti: per lo stesso motivo. *Si osserva che il calcolo dell’area è dato da una moltiplicazione, mentre il P si serve di una addizione; si fanno degli esempi riferiti ad un modello con asticciole di 10 cm,*

*Dimensione variabile A P*

 *5 50 30*

 *10 100 40*

 *15 150* *50*

IR: A e P si comportano allo stesso modo? *Osservano la proporzionalità dell’area, ma non del perimetro.*

IR: quando si ha il minimo per l’area?

Luca T: bastoncini uniti ..

IR: c’è la figura?

Molti: no, si avvicina a zero …

IR: e il massimo?

Nicolas: quando il filo è tesissimo.

Mathias: dipende dalla misura del modello … penso all’infinito …

IR: e il perimetro?

Andrea: la stessa cosa

*Si passa al modello*



*Nelle versioni ad asticciole uguali e diverse.*

IR: cosa otteniamo?

Alcuni: triangoli … *precisano correttamente le tipologie per i due casi.*

IR: quante sono le figure?

Alcuni: infinite.

IR: qui il limite finale si vede … *è necessario discutere questo passaggio; la variazione tra una figura e l’altra è minima … ma la metà di una quantità piccolissima è sempre una quantità.*

*Osservano che si parte da segmenti sovrapposti, con asticciole uguali, per arrivare al triangolo degenere …*

IR: le posizioni intermedie?

Alcuni: triangoli isosceli …

IR: solo?

Anna: un triangolo equilatero … e poi un triangolo rettangolo *Luca T. osserva che nel caso degenere un angolo è di 180° e gli altri di 0°. Poi si passa al modello con asticciole diverse.*

Luca T: sono tutti triangoli scaleni … no, ce ne sono due isosceli *… (spiega quando accade)* e un triangolo rettangolo.

IR: cosa accade all’area? *Caso asticciole uguali.*

Alcuni: aumenta poi diminuisce …

IR: l’area massima?

Luca T: il triangolo rettangolo  *sono tutti d’accordo …*

IR: perché?

Gioele: perché è la metà di un quadrato *hanno lavorato con il modello “quadrato articolabile”.*

IR: E con asticciole diverse? *(indicano sempre il triangolo rettangolo)* da cosa dipende la variazione dell’area?

Luca T: la base aumenta e diminuisce l’altezza … *un po’ di perplessità …* fino al triangolo rettangolo l’A aumenta poi diminuisce ..

Gioele: quando arrivi al triangolo rettangolo l’altezza è al massimo *nel dire questo gira il modello e lo appoggia su un cateto …*

IR: quello che acquista la base lo perde l’altezza? C’è compensazione?

Luca T: no .. quando arriva al triangolo rettangolo fa il contrario.

*Affermano che in entrambi i casi il P massimo si ha nel caso degenere. Per il minimo si rendono conto della differenza tra i due modelli: con asticciole uguali quando è prossimo a segmenti sovrapposti, con asticciole diverse primo caso limite …*

IR: se analizzassimo l’andamento dell’A e del P sarebbero dello stesso tipo?

Tommaso: no.

Anna: l’andamento dell’area ha la forma del triangolo valori che prima salgono e poi scendono *… IR traccia uno schema grafico … si argomenta su come indicare tutti i possibili valori per A e P e indicano le formule di calcolo.*

IR: se volessi indicare tutte le possibili addizioni di due numeri interi con una sola scrittura ?

Luca T: x+f .. indica due numeri interi

IR: è una regola generale.

*IR mostra il modello*



*e riconoscono correttamente cosa succede per A e P e dove si trovano i massimi e minimi.*